Prof. Dr. Alfred Toth

Qualitative komplexe Arithmetik

1. Nach einem Vorschlag von Bense (1976, S. 60) kann man die Menge der Zeichenzahlen

S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)

in einem kartesischen Koordinatensystem wie folgt darstellen

P_{td}				
3.	3.1	3.2	3.3	
2.	2.1	2.2	2.3	
1.	1.1	1.2	1.3	
	.1	.2	.3	P_{tt}

Dabei gilt also

$(P_{td} \neq P_{tt}) = (x.) \neq (.x)$ für $(x.) \in P_{td}$ und $(.x) \in P_{tt}$.

Zeichenzahlen als Elemente von S unterscheiden sind also von den von Bense (1981, S. 17 ff.) auch als Primzeichen bezeichneten Zeichenzahlen als Elemente von P = (1, 2, 3), insofern die letzteren die Peanoaxiome erfüllen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.), die ersteren aber nicht, sondern den doppelt positiven Quadranten eines gaußschen Zahlenfeldes bilden, wobei man somit entweder P_{td} oder P_{tt} als imaginäre Achse auffassen kann. Rein formal kann man somit für jede Zeichenzahl der Form $S = <a.b>$ vier reell-imaginäre kartesische Produkte definieren

$<a.b>$ $\quad$ $<a.b_i>$

$<a_i.b>$ $\quad$ $<a_i.b_i>$.

Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2014a) gezeigt, daß wir wegen $(P_{td} \neq P_{tt})$ für jedes $S = <a.b>$ ein Quadrupel der Form

$S_1 = [a, [b]]$ $\quad$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $\quad$ $S_4 = [b, [a]]$

mit $S_2 = S_1^{-1}$ und $S_4 = S_3^{-1}$

bekommen. Wenn wir also annehmen, daß wir die Imaginarität entweder von P_{td} oder von P_{tt} ebenfalls durch Anwendung des Einbettungsoperators E definieren dürfen, dann wird vermöge der reell-imaginären kartesischen Produkte aus dem Quadrupel ein Oktupel

$S_1 = [a, [b]]$ $\quad$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $\quad$ $S_4 = [b, [a]]$

$S_5 = [a, b]$ $\quad$ $S_6 = [b, a]$

$S_7 = [[a], [b]]$ $\quad$ $S_8 = [[b], [a]]$

(mit $S_6 = S_5^{-1}$ und $S_8 = S_7^{-1}$). Wie man allerdings zeigen kann (vgl. Toth 2014a-c), sind die beiden zusätzlichen Paare S_5/ S_6 und S_7/ S_8 redundant, da das erste Paare keine Einbettung und das zweite Paar eine redundante Einbettung enthält. Daraus folgt also, daß sich die Imaginarität von P_{td} oder von P_{tt} allein durch das Paar

$S_1 = [a, [b]]$

$S_2 = [[a], b]$

sowie eines Konversionsoperators K darstellen läßt, d.h. wir können die Menge S von Zeichenzahlen durch das Tripel

$S = (S_1, S_2, K)$

definieren.

Im Anschluß an Toth (2014a) gehen wir aus von der folgenden allgemeinen Definition der semiotischen Zeichenzahl als einer komplexen algebraischen Struktur

$Z = (\langle a.b \rangle, \times, *)$

mit a, b ∈ {1, 2, 3}, darin P = {1, 2, 3} wiederum die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten "Primzeichen" sind. Wir haben dann

$z = a + bi \quad \cong \quad \langle a.b_i \rangle \quad = \quad [a, [b]]$

$\bar{z} = a - bi \quad \cong \quad \langle a.b_i \rangle^{-1} \quad = \quad [[b], a]$

$-z = -a + bi \quad \cong \quad \langle a_i.b \rangle \quad = \quad [[a], b]$

$-\bar{z} = -a - bi \quad \cong \quad \langle a_i.b \rangle^{-1} \quad = \quad [b, [a]],$

und man kann diese vier Typen komplexer Zeichenzahlen in einem gaußschen Zahlenfeld, das dem obigen isomorph ist, wie folgt darstellen.

$-z = -a + bi$

[[a], b]

$z = a + bi$

[a, [b]]

$-\bar{z} = -a - bi$

[b, [a]]

$\bar{z} = a - bi$

[[b], a]

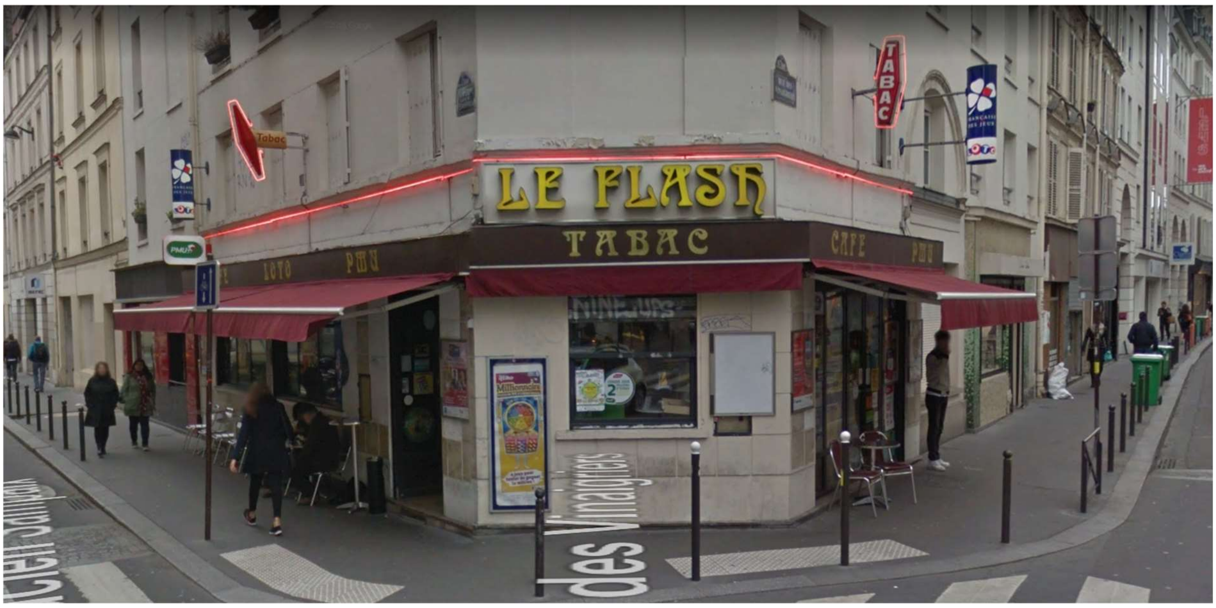
2. Adjungierte Köpfe

2.1. Reeller adjungierter Kopf

2.1.1. Formale Definition

$a \oplus b = [a, b]$

2.1.2. Ontisches Modell



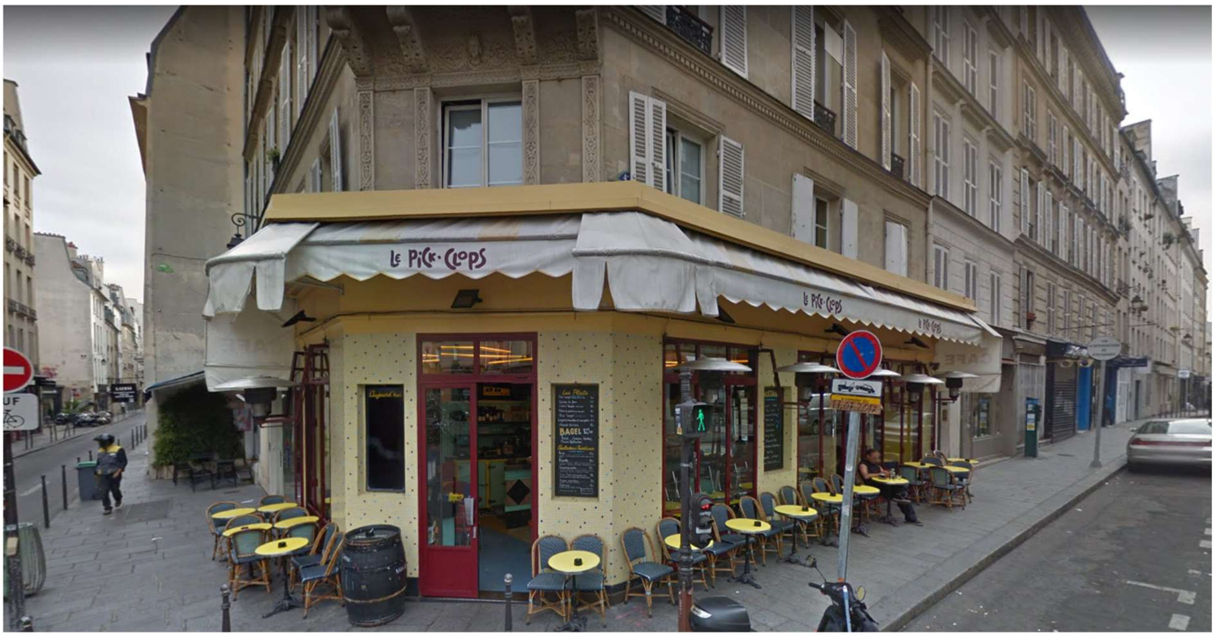
Rue des Vinaigriers, Paris

2.2. Linkskomplexer adjungierter Kopf

2.2.1. Formale Definition

$\bar{z} = a - bi \cong \langle a.b_i \rangle^{-1} = [[b], a]$

2.2.2. Ontisches Modell



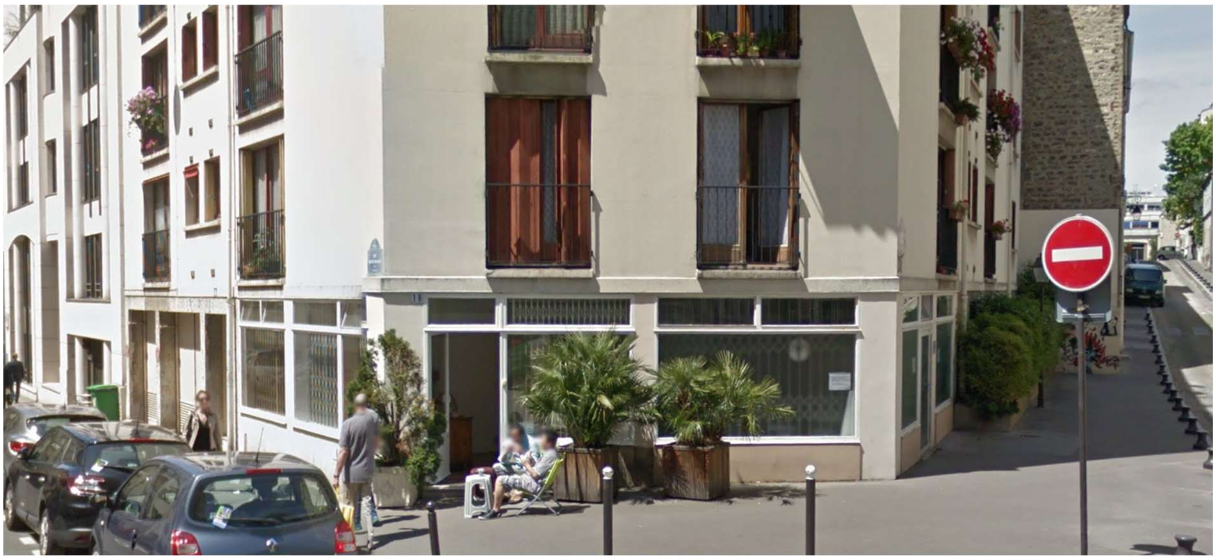
Rue du Roi de Sicile, Paris

2.3. Rechtskomplexer adjungierter Kopf

2.3.1. Formale Definition

$z = a + bi \cong \langle a.b_i \rangle = [a, [b]]$

2.3.2. Ontisches Modell



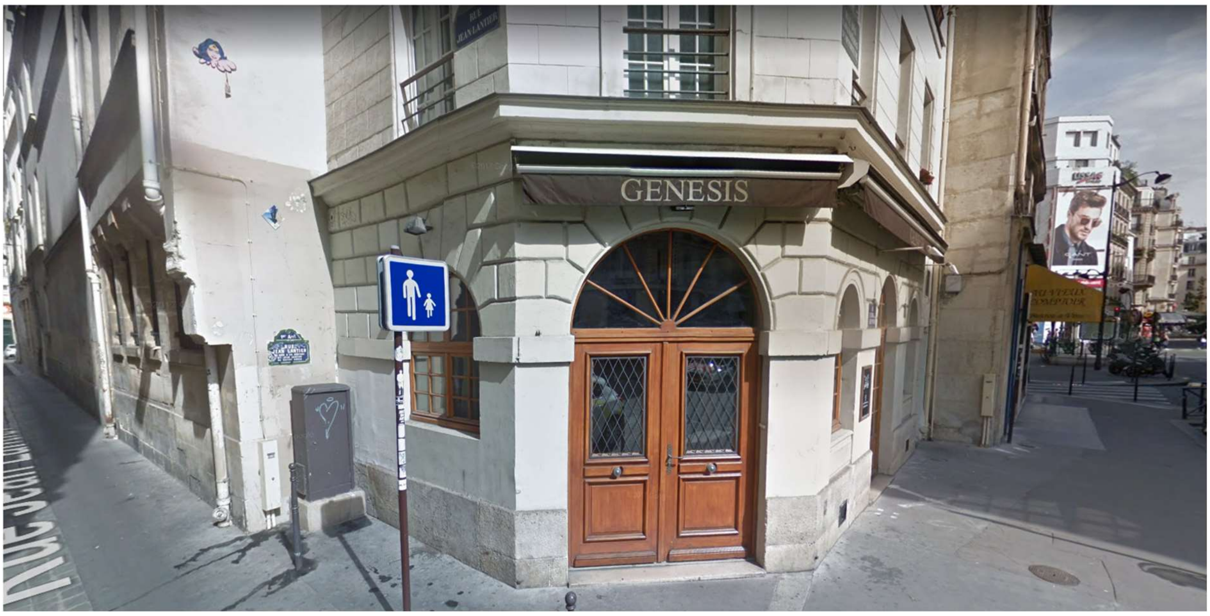
Rue Martin Bernard, Paris

2.4. Links- und rechtskomplexer adjungierter Kopf

2.4.1. Formale Definition

$(z + \bar{z}) = (z = a + bi) + (\bar{z} = a - bi) \cong \langle a.b_i \rangle + \langle a.b_i \rangle^{-1} = [a, [b]] + [[b], a]$

2.4.2. Ontisches Modell



Rue Jean Lantier, Paris

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Positionskonstanz von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Zählen mit Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Kardinalität, Distribution und Position bei Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

23.1.2021